

## PREGUNTAS ABIERTAS

19) Demuestre la regla del paralelogramo

$$\|U + V\|^2 + \|U - V\|^2 = 2\|U\|^2 + 2\|V\|^2$$

## ANALISIS DE LA SOLUCION

Dado que el enunciado nos remite a una demostracion, podemos empezar a resolver a un solo lado de la igualdad con el fin de llegar al otro lado. Para ello se opera un solo lado teniendo en cuenta las propiedades de la suma, la resta y el producto punto entre vectores.

## SOLUCION

Sean  $u$  y  $v \in R^3$  por lo tanto tenemos que:

$$\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2$$

si empezamos a operar al lado izquierdo de la igualdad tenemos que:

$$\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = (u + v) \cdot (u + v) + (u - v) \cdot (u - v)$$

Aplicamos la ley distributiva:

$$\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = (u \cdot u) + (u \cdot v) + (v \cdot u) + (v \cdot v) + (u \cdot u) - (u \cdot v) - (v \cdot u) + (v \cdot v)$$

Agrupamos terminos semejantes

$$\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = \|u\|^2 + 2(u \cdot v) + \|v\|^2 + \|u\|^2 - 2(u \cdot v) + \|v\|^2$$

Simplificamos la ecuacion anterior

$$\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2$$

## CONCLUSION

Con el procedimiento anterior queda demostrada la igualdad, y con ello a su vez tambien queda demostrada la regla del palalelogramo para la suma de vectores.

## ANEXO GRAFICA

